



## Servicios Educativos Área Académica



Distrito Federal



# GUÍA DE MATEMÁTICAS NIVEL AVANZADO CON RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Dirigida a los Educandos de la  
Jornada de Acreditación y  
Certificación

18, 19 y 20 de Abril del 2008.

# GUÍA DE MATEMÁTICAS NIVEL AVANZADO

Módulo: Fracciones y porcentajes 

## NUMEROS

### Fracciones

En este tema aprenderás a resolver problemas de la vida cotidiana. Descubrirás varios usos para esta clase de aprendizaje, los cuales facilitarán tus actividades diarias. Te recomendamos realizar todos los ejercicios, leer la explicación y ejemplos contenidos. Todo lo anterior te ayudará a comprenderlos mejor.

Los **fracciones** representan partes de una unidad, es decir, de un todo. Al número que está arriba de la línea de la fracción se le llama numerador y al número de abajo se le llama denominador.

$\frac{5}{8}$  ← Numerador  
Indica el número de partes que se toman de la unidad.

$\frac{5}{8}$  ← Denominador  
Indica el número de partes en que está dividida la unidad.



Este círculo está dividido en 8 partes.

$\frac{5}{8}$  de este círculo están sombreados.  
 $\frac{3}{8}$  no lo están.

### Representación de Fracciones

$\frac{1}{3}$  se lee un tercio, y se representa:



$\frac{2}{4}$  se lee dos cuartos, y se representan:



$\frac{3}{5}$  se lee tres quintos, y se representan:



$\frac{4}{6}$  se lee cuatro sextos, y se representan:



### Lectura de fracciones propias e impropias y números mixtos

#### Fracciones propias

Fracciones cuyo numerador es menor que el denominador.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{3}{9}$$

#### Fracciones impropias

Fracciones cuyo numerador es igual o mayor que el denominador.

$$\frac{9}{9} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{100}{7} \quad \frac{9}{6}$$

#### Números Mixtos

Fracciones que combinan un número entero con una fracción propia.

$$2\frac{1}{3} \quad 3\frac{1}{4} \quad 6\frac{1}{5}$$

### Ejercicios

En tu libreta o en una hoja resuelve correctamente:

1. - Basándote en la información del ejercicio anterior, clasifica los siguientes grupos de fracciones. (Fracciones propias, impropias ó números mixtos.

1.-  $\frac{5}{3}$   $\frac{4}{2}$   $\frac{8}{3}$   $\frac{7}{4}$  \_\_\_\_\_

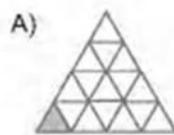
2.-  $1\frac{1}{4}$   $7\frac{1}{5}$   $2\frac{1}{8}$  \_\_\_\_\_

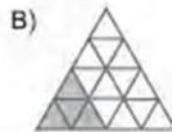
3.-  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{2}{5}$   $\frac{3}{7}$  \_\_\_\_\_

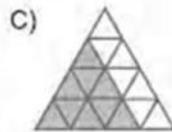
2. - Se tiene un terreno de forma rectangular que se ha dividido en seis partes iguales y sólo se han sombreado cuatro de ellas, ¿qué parte del terreno no se ha sombreado?

- A)  $\frac{1}{6}$  B)  $\frac{2}{6}$  C)  $\frac{4}{6}$  D)  $\frac{6}{6}$  E)  $\frac{6}{4}$

¿3? - ¿Qué fracción de cada figura se ha sombreado?







### Relación entre fracciones y decimales

Toda fracción se puede expresar en forma decimal y viceversa. Los decimales pueden considerarse fracciones cuyos denominadores son múltiplos de 10 ( $10 \times 1 = 10$ ,  $10 \times 10 = 100$ ,  $10 \times 100 = 1000$ , etcétera.)

Ejemplo:

una posición decimal se lee un décimo  $0.1 = \frac{1}{10}$

dos posiciones decimales se lee un centésimo  $0.01 = \frac{1}{100}$

tres posiciones decimales se lee un milésimo  $0.001 = \frac{1}{1000}$

Ejemplo 1. Convierte 0.75 (se lee 75 centésimos) a fracción.

Paso 1. En el numerador: escribe el número 75 sin el punto decimal 75

Paso 2. En el denominador: escribe 100, valor de la última posición decimal.  $\frac{75}{100}$

Se lee: 75 centésimos

Ejemplo 1. Convertir 0.039 a fracción.

$0.039 = \frac{39}{1000}$

Número sin punto decimal

Tres posiciones decimales (milésimos)

Se lee 39 milésimos

Obtención de fracciones equivalentes.

**PARA CONVERTIR NÚMEROS DECIMALES  
A FRACCIONES**

1. - En el numerador: escribe el número sin el punto decimal.
2. - En el denominador: escribe el número que corresponde al valor de la última posición decimal.

Para convertir de número fraccionario a número decimal, divide el numerador entre el denominador. Se divide porque la línea de la fracción en matemáticas también indica división. En otras palabras  $\frac{5}{8}$  se puede leer como  $5 \div 8$  ó  $8 \overline{)5}$

Ejemplo 1. - Convertir  $\frac{5}{8}$  a decimal

$$\frac{5}{8} = 8 \overline{)5.000} \frac{5}{8} = 0.625$$

← cociente\*

20  
40  
0

En tu libreta o en una hoja resuelve correctamente:

1. - Convierte estos decimales a fracciones.

(a) 0.07

(b) 0.32

(c) 3.1

\*Cociente: Resultado de dividir una cantidad entre otra.

2. - Convierte estas fracciones a decimales.

(a)  $\frac{3}{8}$

(b)  $\frac{4}{3}$

(c)  $\frac{5}{6}$

3. - Una pieza de listón mide 17cm. de largo, si se cortan cuatro pedazos iguales, ¿Cuánto medirá cada uno de ellos?

Encierra las respuestas correctas.

A) 4 cm. y sobra una pieza

B) 4 cm. Y sobra 1 cm.

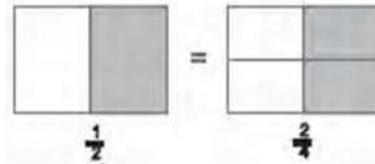
C)  $4\frac{1}{4}$  cm.

D) 4.25 cm

E)  $\frac{4}{17}$  cm

Para facilitar el manejo de las fracciones, se pueden expresar las mismas a términos mayores (ampliación) o menores (reducción) En ambos casos, se convierte tanto el numerador como el denominador de la fracción. Al ampliar o reducir una fracción, se está encontrando una **fracción equivalente**, es decir, una fracción que posee el mismo valor que la fracción inicial. Por ejemplo, medio melón tiene el mismo valor que dos cuartos del mismo melón.

Puesto que son equivalentes las fracciones, se pueden escribir como  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  Esta relación, también se puede representar de manera gráfica.



#### PARA AMPLIAR UNA FRACCIÓN

Multiplicar el numerador y el denominador por un mismo número, mayor a uno para obtener fracción equivalente.

Ejemplo:  $\frac{5}{8} \times 2 = \frac{5 \times 2}{8 \times 2} = \frac{10}{16}$

#### PARA REDUCIR UNA FRACCIÓN

Se elige un número que divida de forma exacta tanto el numerador como el denominador para obtener una fracción equivalente.

Ejemplo:  $\frac{12}{16} \div 4 = \frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$

Una fracción se halla reducida a su mínima expresión si no hay un número entero que no sea 1 que divida de forma exacta el numerador y el denominador. El proceso de reducir una fracción a su mínima expresión recibe el nombre de simplificación. Por ejemplo  $\frac{3}{8}$  ya está simplificado o reducido a su mínima expresión, ya que no hay otro número entero que no sea 1 por el que puedan dividirse de forma exacta 3 y 8.

### Ejercicios

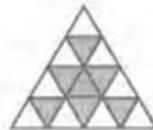
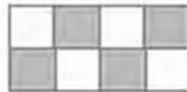
1. - Amplía cada fracción según se indica.

A)  $\frac{3}{8} = \frac{?}{24}$     B)  $\frac{6}{7} = \frac{?}{28}$

2. - Reduce cada una de las fracciones a su mínima expresión.

A)  $\frac{6}{8}$     B)  $\frac{26}{30}$

3. - Reduce la fracción representada a una mínima expresión.



### OPERACIONES

#### Resolución de suma y resta de fracciones con diferente denominador

Cuando haya que **sumar** o **restar** fracciones o números mixtos, conviene cerciorarse de que las fracciones tengan denominadores comunes. De no ser así, se deberán convertir las fracciones a otras equivalentes que tengan denominadores comunes antes de proceder a sumar o restar.

*Ejemplo 1. Suma*  $\frac{3}{8} + \frac{1}{8}$

Paso 1: Como los denominadores son iguales, suma los numeradores.

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{8} = \frac{4}{8}$$

Paso 2: Reduce la respuesta.

$$\frac{4}{8} \div 4 = \frac{1}{2}$$

*Ejemplo 2. Resta*  $\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$

Paso 1. Encuentra el denominador común y las fracciones equivalentes.

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{5} = \frac{7}{10} - \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{7}{10} - \frac{6}{10}$$

Paso 2: Resta los numeradores.

$$\frac{7}{10} - \frac{6}{10} = \frac{7-6}{10} = \frac{1}{10}$$

*Ejemplo 3. Suma*  $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4}$

Paso 1. Encuentra el denominador común a todos los números

$$\frac{2 \times 8}{3 \times 8} + \frac{1 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 6}{4 \times 6} =$$

Paso 2. Suma los numeradores y coloca el total sobre el denominador común.

$$\frac{16}{24} + \frac{4}{24} + \frac{18}{24} = \frac{16+4+18}{24} = \frac{38}{24}$$

Paso 3. Convierte la fracción impropia a número mixto

$$\frac{38}{24} = 1\frac{14}{24} = 1\frac{7}{12}$$

Otra alternativa de solución, es usando el mínimo común denominador

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{8+2+9}{24} = 1\frac{7}{12}$$

Ejercicios

1. - En el mercado, Don Jorge compró  $3\frac{1}{2}$  Kg de manzanas  $1\frac{1}{4}$  Kg de peras y una sandía pesa  $1\frac{1}{4}$  Kg

¿Cuántos Kg. pesó en total la bolsa del mandado?

R: \_\_\_\_\_

2. - Un bote de pintura vinílica pesa  $10\frac{1}{2}$  Kg. Si el bote vacío pesa  $1\frac{3}{4}$  Kg

¿Cuánto pesa la pintura vinílica?

R: \_\_\_\_\_

$$3.- \frac{1}{4} + \frac{2}{3} =$$

$$4.- \frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} =$$

$$5.- \frac{9}{10} - \frac{3}{10} =$$

$$6.- \frac{4}{5} - \frac{1}{2} =$$

### Resolución de multiplicación de fracciones

Para **multiplicar** dos fracciones se multiplican numerador con numerador y denominador con denominador, luego, simplifica si es posible.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{7}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{21}{45} \div 3 = \frac{7}{15}$$

1. - ¿Cuántos minutos hay en  $\frac{1}{4}$  de hora? Si en una hora hay 60 minutos, entonces  $\frac{1}{4}$  debe haber

$$60 \times \frac{1}{4} = 15 \text{ minutos.}$$

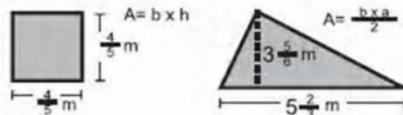
¿Cuántos minutos hay en  $\frac{3}{4}$  de hora? R: \_\_\_\_\_

2. - Doña Catalina tiene un terreno en una esquina que ocupa  $\frac{2}{5}$  de una calle y  $\frac{3}{8}$  partes de otra.

¿Qué fracción de la manzana es la que ocupa el terreno?

R: \_\_\_\_\_

3.- Calcula el área de las siguientes superficies planas.



### Resolución de división de fracciones

La **división** es la **operación inversa** a la multiplicación. Por ejemplo, cuando dividimos un número entre 2 en realidad sé esta multiplicando por  $\frac{1}{2}$

$$12 \div 2 = 12 \times \frac{1}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

La fracción  $\frac{1}{2}$  dice que es recíproca de 2. **Los números son recíprocos cuando su producto es igual a 1.**

Como  $5 \times \frac{1}{5} = 1$  los números 5 y  $\frac{1}{5}$  son recíprocos.

Para hallar el recíproco de un número, simplemente inviértelo, es decir, usa el numerador como denominador y el denominador como numerador.

Ejemplo  $\frac{7}{8} \div \frac{3}{4} =$

Paso 1. Multiplica la primera fracción por el recíproco de la segunda.

$$\frac{7}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{7}{8} \times \frac{4}{3} =$$

Paso 2. Multiplica los numeradores y luego los denominadores entre sí y convierte la fracción impropia a número mixto.

$$\frac{7}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{28}{24} \div 4 = \frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6}$$

**Cómo dividir números mixtos**

1. Convertir los números mixtos a fracciones impropias.
2. Multiplicar la primera fracción por el recíproco de la segunda.
3. Volver a convertir las fracciones impropias a números mixtos.

**Ejemplo 1.**  $4\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} =$

Paso 1. Convierta ambos números mixtos a **fracciones impropias**

$$\frac{14}{3} \div \frac{3}{2} =$$

Paso 2. Multiplica la primera fracción por el **recíproco** de la segunda y vuelve a convertir la fracción impropia resultante a número mixto.

$$\frac{14}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{28}{9} = 3\frac{1}{9}$$

**Ejercicios**

1. - En una festividad, 12 personas usarán un listón en el brazo. Si se cuenta con  $4\frac{1}{2}$  metros de listón.

¿Cuánto listón le tocará a cada persona?

2. - ¿Cuántos terrenos de  $\frac{1}{10}$  de hectáreas caben en un terreno de  $\frac{3}{4}$  de hectáreas?

## Cálculo de porcentajes

Los **porcentajes**, al igual que los decimales y las fracciones, constituyen otra manera de expresar una parte determinada de una unidad.

**El porcentaje es la parte de un todo que se ha dividido en 100 porciones iguales;** de ahí la palabra "porcentaje" o tanto "por ciento".

El porcentaje se expresa con un número, seguido con el signo % (por ciento)

Por ejemplo:

50% representa lo mismo que  $\frac{50}{100}$  ó que 0.5 Al trabajar con porcentajes, se hace a veces necesario convertirlos a decimales o fracciones equivalentes. La tabla adjunta indica que existe una relación entre porcentajes, fracciones y decimales.

**OBSERVA LA SIGUIENTE TABLA**

Porcentajes	Fracción	Decimal
1%	$\frac{1}{100}$	0,01
5%	$\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$	0,05
10%	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	0,10
25%	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	0,25
50%	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	0,50
75%	$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$	0,75
100%	$\frac{100}{100} = 1$	1,00

Dado que el 100% representa la unidad -el todo-cualquier número menor que 100% es menor que la unidad.  
Por ejemplo, el 75% de una cantidad es sólo una parte de esa cantidad.

## Resolución de problemas de porcentaje

### Descripción

1. - Determina si lo que se pide es la parte, la unidad o el porcentaje. Representa con **n** el número desconocido.

2. - Establece la proporción ubicando los números conocidos así como la **n** en su lugar correspondiente.

$$\frac{\text{Parte}}{\text{Unidad}} = \frac{\text{Porcentaje}}{100}$$

3.- Multiplica en diagonal.

4. - Divide entre el número restante.

Ejemplo: ¿Qué porcentaje de 72 es 18?

Solución: Se pide hallar el PORCENTAJE.

$$\begin{array}{ccc} \text{Parte} & \rightarrow & \\ & \searrow & \swarrow \\ & \frac{18}{72} \times \frac{n}{100} = & \\ & \swarrow & \searrow \\ \text{Unidad} & \rightarrow & \end{array} \text{Porcentaje}$$

Multiplícala en diagonal  $18 \times 100 = 1800$

Divida  $1800 \div 72 = 25$

$$n = 25$$

La parte desconocida es 25.

Es decir que el 25% de 72 es 18.

### Ejercicios

1. - Raúl gana \$2100.00 al mes. Él ahorra el 12% de su sueldo y gasta \$ 420.00 pesos al mes en alquiler, ¿Cuánto ahorra Julio al mes?

$$\frac{n}{2100} \times \frac{12}{100} =$$

2. - La Sra. Elena entregó un 15% inicial para la compra de un nuevo automóvil. Si el pago inicial fue de \$1,880.00 ¿Cuánto costó el automóvil?.

### RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El **interés** es la renta que se paga por el uso del dinero. La tasa de interés es el porcentaje que se paga de renta, en forma mensual o anual. Para hallar el interés que se debe pagar por un préstamo que se contrató a una tasa de interés mensual ( $r$ ), multiplica el importe del préstamo por la tasa del interés y por el plazo o tiempo (número de meses) que duró el préstamo o tardó en pagarlo.

$$I = P \times r \times t$$

La cantidad total a pagar al término del plazo convenido es el monto del préstamo ( $P$ ) más el importe de la renta o interés ganado ( $I$ )

$$\text{Total} = P + I$$

Ejemplo 1: Con el objeto de ampliar una de sus tiendas, un fabricante de toallas pide un préstamo de \$35,000.00 por 18 meses a una tasa de interés mensual del 4%:  
¿Qué interés pagará el fabricante por el préstamo?

$$I = \$35,000.00 \times 0.04 \times 18 \quad I = \$35,000.00 \times \frac{4}{100} \times 18$$

$$I = \$25,200.00$$

Ejemplo 2: Doña Petra pidió un préstamo de \$4,000.00 por tres años. Encuentra la cantidad que tuvo que devolver siendo la tasa anual de interés del 8%.

Paso1: Calcula el interés acumulado en los tres años, aplicando la fórmula  $I = P \times r \times t$

$$I = 4,000 \times 0.08 \times 3 \quad I = 960$$

Paso 2: Calcula la cantidad que deberá pagar al término de tres años: el importe del préstamo más el interés acumulado.

$$4,000 + 960 = 4,960$$

### EJERCICIOS

1.- El propietario de un hotel solicitó un préstamo de \$30,000.00 para la compra de 24 televisores. El préstamo es a 90 días a una tasa de interés anual del 12%. Encuentra la cantidad total que debe pagar.

2. - El señor Pedro pidió prestado dinero a una tasa del 8% anual. Si el cargo por intereses ese año es de \$360.00, ¿Cuánto recibió en préstamo?

3. - Evangelina depositó \$15,000,00 en una cuenta de ahorros que le da un interés del 8% anual ¿Qué cantidad podrá Evangelina retirar de su cuenta de ahorros después de un año?
  
4. - Carlota compró \$4,375.00 de mercancía. Si al vender esa mercancía obtendrá una ganancia del 25% ¿Cuánto dinero ganará?
  
5. - Jorge le debe \$2,000.00 a su tío y lo único que puede vender para cumplir su compromiso es un televisor. Está ofreciendo el televisor en \$2,500.00 y dice que con ello pierde el 20% del precio real. ¿Cuál es el precio real de la televisión?



Aquí Tendrás un acercamiento con la probabilidad y estadística, así como en la elaboración de tablas de registro y gráficas.

## PROCESOS DE CAMBIO

Las **tablas** son recursos que te permiten organizar datos y representarlos de manera visual. Te proporcionarán información de acuerdo a lo que requieras.

Las tablas se realizan de acuerdo a las necesidades que tenga la persona, ya sea para registrar clima, ventas de algún producto, frecuencias de aparición de algún evento, etc.

### Tablas de Registro

De acuerdo a los reportes de 4 Coordinaciones de Zona del **INEA** en el Distrito Federal , se incorporaron al programa de alfabetización 2,934 adultos durante 1996.

En la siguiente tabla podemos observar cuántos adultos asistieron a cada una de las Coordinaciones de Zona.

Coordinación de Zona	Adultos Incorporados*
Iztapalapa Poniente	980
Gustavo A. Madero Centro	772
Venustiano Carranza	746
Álvaro Obregón Sur	436
<b>Total</b>	<b>2 934</b>

\*Nota: Los datos aquí son ficticios



De acuerdo con la información que nos proporciona la tabla anterior, ordena de **menor a mayor** el número de adultos incorporados para alfabetización.

### ANÁLISIS DE LA INFORMACION CON APOYO DE TABLAS

La siguiente tabla muestra la relación entre puntos **IMECA** y la calidad del aire.

Puntos IMECA	Calidad del Aire	Observaciones
0 a 100	Satisfactoria	Situación favorable para la realización de todo tipo de actividades.
101 a 200	No satisfactoria	Aumento de molestias menores a personas sensibles.
201 a 300	Mala	Aumento de molestias e intolerancia relativa al ejercicio en personas con padecimientos respiratorios y cardiovasculares.
301 a 500	Dañina	Aparición de diversos síntomas e intolerancia al ejercicio en la población sana.

Fuente: Periódico Reforma, 22 de noviembre de 1997.

Tomando en cuenta los resultados de los puntos IMECA, las recomendaciones que se hacen a la población son las siguientes.

Puntos IMECA	Observaciones
0 a 100	Puede hacer ejercicio y todas sus actividades normalmente.
101 a 200	No hacer ejercicio al aire libre.
201 a 300	Reducir la actividad en las fábricas en un 30%.
301 a 400	Suspensión de actividades en las escuelas y lugares concurridos
401 a 500	No salir de casa

El ozono es un gas que normalmente se encuentra en el aire en pequeñas cantidades. Sin embargo, al incrementar la contaminación, este gas aumenta también.

### **Gráficas. Lectura de diferentes tipos de gráficas**

Las **gráficas, cuadros y tablas** son útiles recursos que nos permiten organizar datos y representarlos en forma visual. De este modo se simplifica el manejo de la información. A menudo, se puede captar toda una situación con una rápida mirada en un gráfico. Al organizar los datos visualmente, las gráficas y tablas nos ayudan a interpretar, comparar y analizar números.

## CONSTRUCCION DE GRAFICAS

### Pastel (circulares)

En las **gráficas circulares**, el círculo representa la unidad ó cantidad total. El círculo de abajo representa el total de los gastos comerciales de una fábrica. Si tomamos todos los sectores del círculo, se obtiene un total del 100%.



Si el año pasado el total de gastos comerciales de la fábrica ascendió a \$125,000.00 ¿Cuánto fue lo que se gastó en alquiler y servicios? Según indica la gráfica anterior, el alquiler y los gastos de servicios representan un 25% del total. Necesitamos, por lo tanto calcular el 25% de \$125,000.00

Resuelve cada uno de los ejercicios en tu libreta o en una hoja.



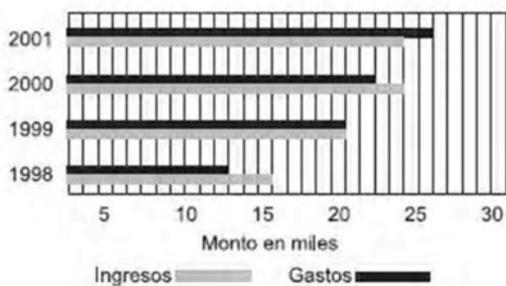
La gráfica representa el porcentaje de la distribución del gasto anual de la familia Pérez, si los ingresos de la familia Pérez fueron de \$32,000.00 anuales:

1. ¿Cuál es el gasto mensual promedio de renta?
  2. ¿Cuánto se gasta de comida durante el año?
  3. ¿Cuál es la razón de ahorros a ingresos totales?
- a) 1 a 10
  - b) 10 a 1
  - c) 10 a 32
  - d) 32 a 10

### DE BARRAS

Las **gráficas de barras** son valiosas herramientas que nos ayudan a realizar comparaciones entre cantidades.

En la gráfica de barras que se muestra a continuación, compara los **ingresos** con los **gastos** efectuados en un determinado año y contesta las preguntas a continuación en tu libreta o en una hoja.

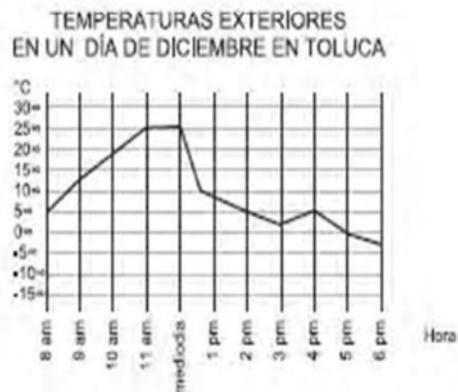




- 1.- ¿Cuál fue el promedio de gasto para los años 1998 - 2001?
- 2.- En el año 2000 ¿cuál fue la diferencia entre ingresos y gastos?
- 3.- ¿En qué año se tuvieron menos ingresos?
- 4.- ¿En qué año se tuvieron más gastos que ingresos?

### LINEALES

Las **gráficas lineales** se utilizan para **representar tendencias y patrones**. Con frecuencia, estos gráficos se usan para representar cómo una medición cambia con respecto al tiempo. Por ejemplo, en la gráfica de abajo se representa el cambio de temperatura con respecto al tiempo.





Observa que

1.- La escala *vertical* representa la temperatura y, cada segmento representa un incremento de  $5^{\circ} C$ . La escala *horizontal* representa el tiempo y cada segmento representa un incremento de 1 hora.

2.- La línea muestra la tendencia siguiente: la temperatura subió hasta alcanzar  $25^{\circ} C$  a las 11:00 a.m., y luego permaneció estable hasta el mediodía. Después la temperatura inició su descenso

Las **gráficas lineales** también se pueden usar **para comparar dos tendencias distintas**. En la gráfica siguiente se comparan las ventas realizadas en el año 1998 (representadas con una línea continua) con las ventas realizadas en el año 2000 (representadas por una línea discontinua).





A continuación contesta correctamente las siguientes preguntas , en tu libreta o en una hoja.

1.- El título nos indica que la gráfica compara \_\_\_\_\_ del año \_\_\_\_\_ y del año \_\_\_\_\_.

2.- Los valores de la escala vertical son:

\_\_\_\_\_.

3.- En junio de 1998, las ventas fueron aproximadamente de:\_\_\_\_\_.

4.- La gráfica muestra que en 2000 se produjeron ventas considerablemente \_\_\_\_\_ que las ventas generadas durante 1998.

5.- Tanto en 1998 como en 2000 se observa que las ventas descienden durante los meses de \_\_\_\_\_.

### **PREDICCIÓN Y AZAR**

Se puede decir que la probabilidad es el lenguaje de la incertidumbre. El meteorólogo dice que la probabilidad de que llueva hoy es del 40%; pero seguimos sin saber si va a llover o no. **La probabilidad nos ayuda a predecir o pronosticar el futuro** basándose en un análisis del pasado. **La probabilidad se puede expresar en forma de fracción, razón o porcentaje.** Una probabilidad de 0 significa que es seguro que no ocurra un suceso. Una probabilidad de 1 significa que es seguro que ocurra un suceso. Los números comprendidos entre 0 y 1 (fracciones) indican si el suceso se aproxima más a 0 (menos probable que ocurra) o a 1 (más probable que ocurra).



### Probabilidad y su uso

Usemos una ruleta para ilustrar el concepto de probabilidad. Supongamos que la ruleta está perfectamente equilibrada y que existe la misma posibilidad de que se detenga en cualquier sector. Cada giro de la ruleta es un suceso. El sector en el que se detiene es el resultado del suceso.



Al girar la ruleta, los resultados posibles son cuatro: cuadros, círculos, gris, y negro. Se produce un suceso favorable cuando al girar la ruleta se obtiene un sector. La probabilidad de que se produzca un resultado favorable es la razón entre el número de resultados favorables y el número de resultados posibles. La probabilidad se puede expresar en forma de fracción o razón como se puede apreciar abajo. También conviene recordar que se puede expresar en forma de porcentaje.

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{Numero de resultados favorables}}{\text{numero de resultados posibles}} = \frac{1}{4}$$

Si se gira la ruleta, la probabilidad de que se detenga en el negro es de  $1/4$ . Aunque hay cuatro resultados posibles (cuadros, círculos, negros o gris), sólo hay un resultado favorable (negro). La posibilidad de que se detenga en negro también se



puede expresar como un 25%; en razón de lo cual se puede decir que existe una probabilidad de un 25%; de que la ruleta se detenga en el negro.

Ahora calcula la probabilidad de que la ruleta se detenga en el negro o en círculos.

En este caso hay dos resultados posibles que pueden ser favorables.

La probabilidad es:

2 número de resultados favorables

4 número de resultados posibles

$\frac{2}{4}$  Se puede reducir a  $\frac{1}{2}$ . Así, la probabilidad de que se detenga en el negro o en círculos es de  $\frac{1}{2}$  ó 50%.

### Ejercicios

Utiliza una libreta o una hoja y resuelve:

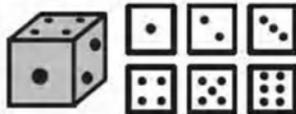
1.- Si se lanza una moneda al aire nueve veces y en todos los lanzamientos sale cara. ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara la décima vez que se lance la moneda?

**Nota:** toma en cuenta que los sucesos son independientes.

- (a)  $\frac{1}{10}$
- (b)  $\frac{1}{9}$
- (c)  $\frac{1}{2}$
- (d)  $\frac{9}{10}$



2.- Considera que se lanza un dado con los siguientes números en sus caras.



Contesta

¿Cuál es la probabilidad de que salga un 5?

- a)  $1/6$    b)  $1/5$    c)  $1/3$    d)  $1/2$    e)  $5/6$

¿Cuál es la probabilidad de que salga un número par?

- a)  $16 \frac{2}{3}\%$    b)  $20\%$    c)  $30\%$    d)  $33 \frac{1}{3}\%$    e)  $50\%$

¿Cuál es la probabilidad de que salga un número mayor que 6?

- a)  $0$    b)  $1/6$    c)  $\frac{1}{4}$    d)  $1/2$    e)  $1$



## NÚMEROS

### Números enteros. Positivos y Negativos: comparación

Es importante reconocer que los números con signos incluyen: los positivos, los negativos y cero.

- Los números positivos son los mayores que cero.
- Los números negativos son los menores que cero.

Claramente lo podemos observar en el siguiente recuadro:

-Los números **-3.5**, **-20**, **-530**, **-4** tienen en su inicio el **signo menos**, por eso los llamamos **números negativos**.  
-Los números **+10**, **+20** tienen al principio el **signo más**, por eso los llamamos **números positivos**.  
Estos números también se pueden escribir sin el signo más y se consideran positivos: 10, 20  
-En general, los números anteriores se les conoce como **números con signo**.

Veamos unos ejemplos:

- La temperatura de Chihuahua ha estado a  $-3^{\circ}\text{C}$
- El equipo América lleva +2 y -14 goles.
- La ciudad de Bogotá se encuentra a una altura de +2000 m. Respecto al nivel del mar.

Escribe en tu libreta o en una hoja algunas situaciones en las que podrías utilizar los números con signo.

**ALGEBRA****Suma y resta con números positivos y negativos****Reglas de los signos para sumar**

La suma de dos números positivos es positiva

$$(+2) + (+7), \text{ o bien } 2 + 7 = 9$$

(recuerda que también se pueden omitir los signos positivos)

La suma de dos números negativos es negativa.

$$(-2) + (-7) = -9 \quad -2 - 7 = -9$$

La suma de un número positivo y uno negativo es:

*Positiva* si el número positivo tiene mayor valor absoluto.

$$(-2) + (+7) = (+5), \text{ o bien } -2 + 7 = 5$$

*Negativa* si el número negativo tiene mayor valor absoluto.

$$(+2) + (-7) = (-5), \text{ o bien } 2 - 7 = -5$$

*Cero*, si los números tienen el mismo valor absoluto.

$$(+7) + (-7) = 0, \text{ o bien } 7 - 7 = 0$$

**Reglas de los signos para restar**

La resta es lo contrario de la suma.

Para restar  $a - b$ , se reemplaza el problema de resta con el problema de suma correspondiente:  $a + (-b)$  (suma el opuesto de  $b$  a  $a$ ).

**A continuación se aplican las reglas de los signos para la resta**

$$\text{Ejemplo 1: } (+2) - (+7) = +2 - 7 = -5$$

$$\text{Ejemplo 2: } (-3) - (-4) = -3 + 4 = 1$$

**Reglas de los signos para multiplicar**

El producto de dos números es:

**Positivo** si ambos números son positivos o ambos son negativos.

$$(+8) \times (+2) = +16, \text{ o bien } 8 \times 2 = 16$$

(se pueden omitir los signos positivos)

$$(-8) \times (-2) = +16, \text{ o bien } (-8) \times (-2) = 16$$

**Negativos**, si un número es positivo y el otro es negativo.

$$(+8) \times (-2) = -16, \text{ o bien } 8(-2)$$

$$(-8) \times (+2) = -16, \text{ o bien } (-8) 2$$

**Reglas de los signos para dividir**

El cociente de dos números es:

**Positivo** si ambos números son positivos o ambos son negativos.

$$(+8) \div (+2) = +4, \text{ o bien } 8 \div 2 = 4$$

(recuerda que se pueden omitir los signos positivos) o bien  $8/2 = 4$

$$(-8) \div (-2) = +4, \text{ o bien } (-8) \div (-2) = 4 \text{ o bien } -8/-2 = 4$$

**Negativos** si un número es positivo y el otro es negativo.

$$(+8) \div (-2) = -4, \text{ o bien } 8 \div (-2) = -4 \text{ o bien } 8/-2 = -4$$

$$(-8) \div (+2) = -4, \text{ o bien } (-8) \div 2 = -4 \text{ o bien } -8/2 = -4$$



### Ejercicios

1.- En Chihuahua, la temperatura llega a 8 grados bajo cero durante el invierno, y a 28 grados en verano, ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura de invierno y la de verano? \_\_\_\_\_

2.- La fórmula para convertir grados Fahrenheit en grados centígrados es

$$^{\circ}C = \frac{5}{9}(^{\circ}F - 32)$$

Convierte a grados centígrados  $5^{\circ}F$

Ejemplo:  $^{\circ}C = \frac{5}{9} (^{\circ}F - 32)$   $^{\circ}C = \frac{5}{9} (5 - 32)$

$$^{\circ}C = \frac{5}{9} (-27) \quad ^{\circ}C = \frac{5(-27)}{9} \quad ^{\circ}C = \frac{-135}{9} \quad ^{\circ}C = -15$$

Correspondiente a grado centígrados.

$5^{\circ}F$

$0^{\circ}F$

$13^{\circ}F$

Convierte a grados Fahrenheit

$15^{\circ}C$

$-25^{\circ}C$

$-30^{\circ}C$

3.- Hay un tinaco con 2,200 litros de agua. Por la llave de salida pasan 120 litros por hora y por la llave de entrada llegan 100 litros por hora. ¿En cuánto tiempo se vacía el tinaco? R: \_\_\_\_\_



4.- Realiza las siguientes operaciones:

$$10 + (-4) =$$

$$(-6) \div (-3) =$$

$$(-9) + (+8) =$$

$$+ 6 \div (-2) =$$

$$4 + (-2) =$$

$$(+3) \times (+4) =$$

$$(-2) \times (-6) =$$

$$(+4) \times (-3) =$$

$$(-3) - (-9) =$$

$$(-2) - (-6) =$$

$$2 - (-6) =$$

$$(-6) \div (-3) =$$

### Lenguaje algebraico

En el estudio del álgebra se utilizan las letras que representan números y se les llama literales o variables.

El álgebra se vale de letras del alfabeto para representar números o cantidades desconocidas que reciben el nombre de **variables**.

Las letras normalmente son minúsculas.

Por ejemplo: x, t, y p

Las constantes son números.

El valor de una constante es conocido y no cambia de un problema a otro: por ejemplo 2, 5, 7.



Cuando la variable va enseguida de un número que la multiplica, este número recibe el nombre de coeficiente de la variable. En la expresión  $7x$  el coeficiente de  $x$  es 7: es decir que el 7 multiplica la variable de  $x$ .

Las expresiones algebraicas constan de términos. Un término puede ser un número, una variable o la multiplicación o división de números y variables.

Por ejemplo:

$7y$  (producto de número y variable)

$y/3$  (cociente de variable y número)

En las expresiones algebraicas, los términos están separados por los signos  $+$  y  $-$ .

$5x - 7n$  Es una expresión que consta de dos términos.

### **Ecuaciones de primer grado con una incógnita**

Las ecuaciones algebraicas expresan una igualdad entre dos expresiones, o entre una expresión y un valor.

**TODA ECUACIÓN ALGEBRAICA ES UNA IGUALDAD Y CONSTA SIEMPRE DE TRES PARTES**

1. Primer miembro (o expresión de la izquierda)
2. Signo igual (=)
3. Segundo miembro (o expresión de la derecha)

La ecuación  $x + 7 = 10$  indica que un número que se desconoce ( $x$ ) sumado a 7 es igual a 10.

Sabemos que 3 más 7 es igual a 10, por lo que 3 es la solución de la ecuación.



La solución es el valor que satisface la ecuación, es decir, el valor que hace que la expresión sea verdadera.

### Resolución de problemas

Se resuelve la ecuación cuando se identifica la solución de la variable, o sea, cuando se despeja la incógnita.

$$X = 10 - 7$$

$$X = 3$$

Para resolver una ecuación hay que despejar la incógnita, para lo cual se realizan las mismas operaciones en ambos miembros de la ecuación, manteniéndola siempre en equilibrio.

Así, por ejemplo, para resolver la ecuación:  $X - 5 = 9$  Conviene sumar 5 a ambos miembros.

$$x - 5 = 9$$

$$\underbrace{x-5}_{0} + 5 = \underbrace{9+5}_{14}$$

De modo que la incógnita  $x$  quede despejada.

$$X = 14$$

### Suma y resta de números positivos y negativos.

Antes de entrar en este tema recordemos que:

a) Si sumamos **n números positivos** el resultado será un número positivo. Por ejemplo:

$$(+2) + (+3) = +5$$

b) Si sumamos **números negativos**, el resultado será un número negativo.

$$(-2) + (-3) = -5$$



c) Si sumamos números de signos diferentes, se resta el menor al mayor, y el resultado lleva el signo mayor.

$$(+5) + (-2) = +3$$

$$(-5) + (+2) = -3$$

d) Para encontrar la resta de números con signo podemos probarlo como una suma.

$$(+2) - (+5) = -3$$

Veamos unos ejemplos más:

$$96 + 40 = 136$$

$$136 + 141 = 277$$

$$255 + 192 = 447$$

$$(-3) - (-5) = +2$$

Ahora realiza los siguientes ejercicios.

$$30 + 20 =$$

$$10 + 28 =$$

$$(-3) - (-8) =$$

$$(-2) + (6) =$$

**Multiplicación y división.**

Es importante recordar las siguientes reglas:

Al multiplicar números con signos, el signo del producto o resultado, será:

$$(+)(+) = + \quad (+)(-) = -$$

$$(-)(-) = + \quad (-)(+) = -$$

Al dividir números con signos, el signo del cociente o resultado será:

$$(+)\div (+) = + \quad (+)\div (-) = -$$

$$(-)\div (-) = + \quad (-)\div (+) = -$$

**Ejemplos:**

$$(-5)(7) = -35$$

$$(-16)-(-4) = -12$$

$$(-7)(-3) = +21$$

$$(-20)\div(4) = -5$$

$$(-5)(-3) = +15$$

$$(+30)\div(-3) = -10$$

De acuerdo a la información anterior, efectúa las siguientes multiplicaciones y divisiones con signos.

$$(-7)(-2) =$$

$$(-12)-(-3) =$$

$$(-4)(-5) =$$

$$(-50)\div(5) =$$

$$(4)(7) =$$

$$(+60)\div(-2) =$$



Resuelva las siguientes ecuaciones:

$$13 + x = 7$$

$$2x - 8 = 0$$

### Solución de un problema de ecuaciones de primer grado

Para aprender acerca de la solución de ecuaciones es importante tener claro el planteamiento; veamos una forma de plantear una ecuación.

Antonio trabajó 35 horas la semana pasada y sólo unas pocas horas esta semana. Si su sueldo es de \$90,00 la hora y le pagaron \$4,770.00 por las dos semanas.

¿Cuántas horas trabajó esta semana?

PASO 1.

Sea  $x$  el número de horas que Antonio trabajó esta semana.

PASO 2.

$x + 35$  es el total de horas trabajadas durante las dos semanas.  
 $90(x + 35)$  es la Cantidad de dinero que recibió por trabajar  $x + 35$  horas a \$90.00 por hora.

PASO 3

$$90(x + 35) = 4770$$

(la cantidad de dinero que recibió es igual a \$4,770.00)

PASO 4

$$90x + 3150 = 4,770$$
$$90x + 3150 - 3150 = 4,770 - 3,150$$

$$90x = 1,620$$
$$\frac{(90x)/90 = (1,620)/90}{x = 18}$$

por tanto Antonio trabajó 18 horas esta semana.



Veamos otro ejemplo: Si al doble de un número se le resta -2, el resultado es 10,

¿Cuál es ese número?

$$2x - (-2) = 10$$

$$2x + 2 = 10$$

$$2x + 2 - 2 = 10 - 2$$

$$2x = 8$$

$$(2x)/2 = (8)/2$$

$$x = 4$$

1.- Oscar fue a acampar a las montañas y estuvo 3 días y 3 noches. El albergue le costó \$32.00 por noche y compró un boleto de comida, cada día. La factura total fue de \$123.00, encuentre el costo "x" del boleto diario de comida. ¿Cuál es la ecuación que representa correctamente el problema?

1)  $x + 96 = 123$

3)  $3x + 32 = 123$

2)  $x + 32 = 123$

4)  $3(x + 32) = 123$

2. El perímetro de un **triángulo** es de 56 cm. Si un lado mide 24cm. y los otros dos lados son iguales, encuentre la longitud x de uno de estos lados. ¿cuál es la ecuación que mejor describe el problema?

1)  $x + 24 = 56$

2)  $2x + 56 = 24$

3)  $2x - 24 = 56$

4)  $2x + 24 = 56$

5)  $x - 24 = 56$

6)  $x + 24 = 56$

Formula y resuelve la ecuación de los siguientes problemas.

Miguel tiene \$120.00 más que su hermana María, si juntos tienen \$600.00 ¿cuánto tiene cada uno?



Francisco tiene ahorrado \$50.00 más del doble de lo que tiene su hermano Jaime. Si juntos tienen \$500.00 ¿Cuánto tiene cada uno?

## SISTEMA DE ECUACIONES

### Encontrar dos incógnitas por los métodos de sustitución y reducción

Para un sistema de dos ecuaciones con dos variables, la solución es un par de números que satisface ambas ecuaciones. Por ejemplo, la solución del siguiente sistema de ecuaciones.

$$4x - 3y = 7 \qquad 2x + y = 11$$

La solución es  $x = 4$ ,  $y = 3$  porque satisface ambas ecuaciones.

El procedimiento para encontrar este caso lo podemos observar de la siguiente forma.

#### SOLUCIÓN DE SISTEMA DE DOS ECUACIONES POR SUSTITUCIÓN

Resolver:  $2x + y = 11$     $4x - 3y = 7$

##### PASO 1.

Despejar  $y$  de la primera ecuación:

$$y = 11 - 2x$$

##### PASO 2.

Sustituir  $y$  por  $11 - 2x$   
en la segunda ecuación:

$$4x - 3(11 - 2x) = 7$$

##### PASO 3.

Despejar  $x$  de la ecuación obtenida:

$$4x - 33 + 6x = 7$$

$$4x + 6x = 7 + 33$$

$$10x = 40$$

$$x = 40/10$$

$$x = 4$$

##### PASO 4.

Sustituir  $x$  por 4

En la primera ecuación,

Y despejar de la ecuación obtenida:

$$2(4) + y = 11$$

$$8 + y = 11$$

$$y = 3$$

##### Comprobación:

$$2x + y = 2(4) + 3 = 8 + 3 = 11$$

$$4x + 3y = 4(4) - 3(3) = 16 - 9 = 7$$

La solución es;  $x = 4$ ;  $y = 3$

**SOLUCIÓN DE SISTEMA DE DOS ECUACIONES POR EL MÉTODO DE LA SUMA O RESTA**Resolver:  $2x - y = 16$     $x + y = 5$ **PASO 1.**

Sumar, empleando la propiedad:

si  $a = b$  y  $c = d$  entonces  $a + c = b + d$ 

$$2x - y = 16 \quad x + y = 5$$

$$2x + x - y + y = 16 + 5$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

**PASO 2.**Sustituir a  $x$  por 7 en la segunda ecuación:

$$x + y = 5$$

$$7 + y = 5$$

**PASO 3.**Despejar a  $y$  de la ecuación :

$$7 + y = 5$$

$$y = 5 - 7 \text{ o sea } (-2)$$

$$2x - y = 2(7) - (-2) = 16$$

$$14 + 2 = 16$$

$$16 = 16$$

$$x + y = 7 + (-2) = 5$$

$$7 - 2 = 5$$

La solución es:

 $(7, -2)$ ; es decir:  $x = 7$     $y = -2$

**SOLUCIÓN DE SISTEMA DE DOS ECUACIONES POR EL MÉTODO DE LA SUMA CON LA MULTIPLICACION**Resolver:  $x - y = 3$     $2x + 3y = 19$ **PASO 1.**

Multiplicar por 3 ambos lados de la primera ecuación:

$$3x - 3y = 9$$

**PASO 2.**

Sumar la última ecuación con la segunda ecuación original:

$$3x - 3y = 9$$

$$2x + 3y = -19$$

$$5x = -10$$

**PASO 3.**

Despejar a x de la última ecuación:

$$5x = -10 \quad x = -10/5 = -2$$

**PASO 4.**

Sustituir x por -2

en la primera ecuación, y de ahí despejar y:

$$-y = 3 + 2$$

$$-y = 5$$

multiplicar por (-1)

$$-(-y) = -(5)$$

$$y = -5$$

$$y = -2 - 3, y = -5$$



### Ejercicios

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones

1)  $x + 2y = -4$      $2x - y = -3$

2)  $4x + 3y = 7$      $2x - 5y = 10$

## GEOMETRÍA

### Plano Cartesiano

El plano de coordenadas rectangulares se realiza en una cuadrícula y está formado por una recta numérica horizontal llamada 'eje  $x$ ' y una recta numérica vertical llamada 'eje  $y$ ' que se cruzan en un punto llamado origen. Cualquier punto en el plano de coordenadas se identifica por medio de un par ordenado de números  $(x, y)$ . Al primer número del par ordenado se le llama coordenada  $x$ , y al segundo número coordenada  $y$ . El orden de las coordenadas es muy importante porque la coordenada  $x$  se da siempre primero, seguida de la coordenada  $y$ :

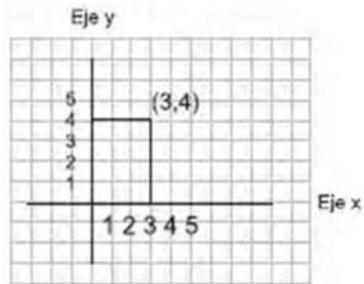
### COORDENADAS DE UN PUNTO

#### COMO GRAFICAR UN PUNTO CON LAS COORDENADAS $(x, y)$

1. Empieza por el origen  $(0,0)$ .
2. Si  $x$  es positivo, corre el punto  $x$  unidades a la derecha.  
Si  $x$  es negativo, corre el punto  $x$  unidades a la izquierda.  
Si  $x$  es cero, no muevas el punto.
3. Si  $y$  es positivo, corre el punto  $y$  unidades hacia arriba.  
Si  $y$  es negativo, corre el punto  $y$  unidades hacia abajo.  
Si  $y$  es cero, no muevas el punto.
4. Marca el lugar con un punto y con los números positivos o negativos del par ordenado.  $(x, y)$



Por ejemplo; las coordenadas del punto A en la figura son (3, 4), lo que significa que el punto A se localiza donde  $x = 3$ ,  $y = 4$



**NOTA:** Al plano de coordenadas, también se le llama Plano Cartesiano.

### Representación gráfica

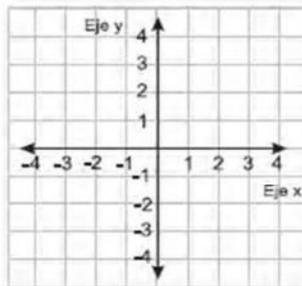
Gráfica los siguientes puntos en el plano de coordenadas.

A: (3, 2)

B: (-2, 4)

C: (3, 0)

D: (2, -4)





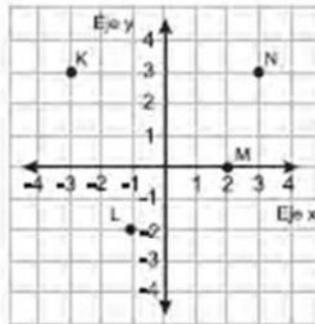
Observa el plano y escribe las coordenadas de cada punto de la izquierda

K:

L:

M:

N:



### Representación de gráfica de ecuaciones

Una ecuación que tiene las variables  $x$  y  $y$  es una ecuación lineal, la cual puede representarse en el plano de coordenadas mediante una línea.

Ejemplo  $x + 3y = 6$

Para graficar esta ecuación hay que encontrar dos puntos que satisfagan la ecuación y luego trazar una recta a través de ellos.

**Paso 1:** Encontrar el valor  $y$  para  $x = 0$

$$0 + 3y = 6$$

$$y = 6/3$$

$$y = 2$$

Para  $x = 0$ ,  $y = 2$

Por tanto, la recta pasa por el punto (0,2)

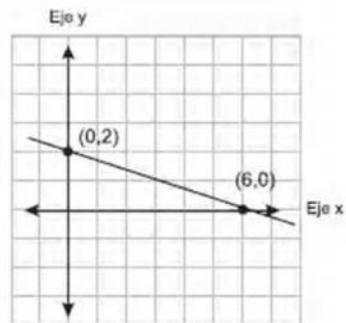
**Paso 2.** Encontrar el valor de  $x$  para  $y = 0$

$$x + 3(0) = 6$$

$$x = 6$$

por tanto la recta también pasa por el punto  $(6, 0)$

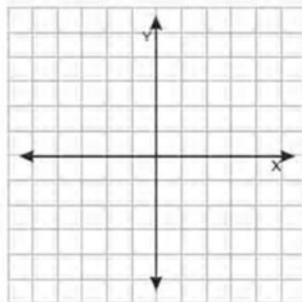
**Paso 3.** Localice los dos puntos y luego trace una recta a través de ellos.



Ejercicios

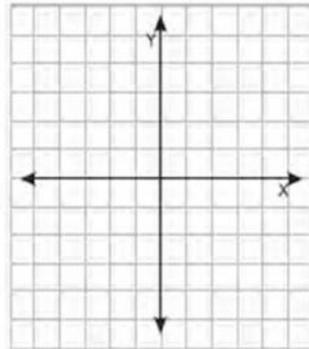
Grafique las siguientes ecuaciones.

1)  $x + y = 4$





$$2) 2x - y = 4$$



Para un sistema de dos ecuaciones con dos variables, la solución es un par de números que satisface ambas ecuaciones.

Por ejemplo, la solución del siguiente sistema de ecuaciones.

$$4x - 3y = 7$$

$$3x - y = 9$$

La solución es  $x = 4$ ,  $y = 3$  porque satisface ambas ecuaciones.

### TEOREMA DE PITÁGORAS

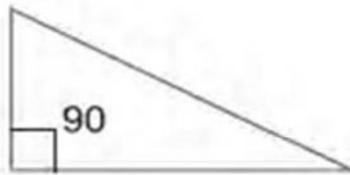
Pitágoras fue un célebre matemático griego y una de sus aportaciones más importantes fue descubrir la relación que hay entre los lados de un triángulo rectángulo, el cual dice:

**"En todo triángulo rectángulo el área del cuadrado, construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos."**

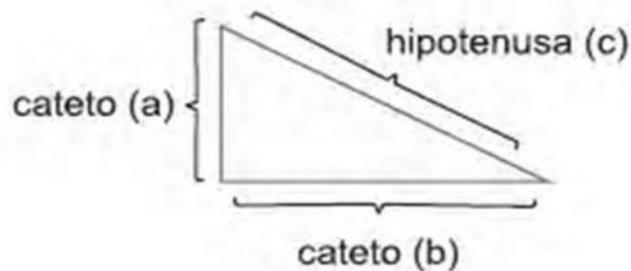


### Fórmula y aplicación en el cálculo de la longitud de segmentos

Para comprender el teorema, empecemos por saber qué es un triángulo rectángulo. Un triángulo rectángulo es una figura de tres lados en la cual uno de sus ángulos mide noventa grados.



Es importante que tengamos claro el nombre que recibe cada uno de los lados del triángulo.



### Fórmula y aplicación en el cálculo de la longitud de segmentos

*El teorema de Pitágoras dice:*

El área del cuadrado construido en el lado a más el área del cuadrado construido en el lado b es igual al área del cuadrado construido en el lado c

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Ahora resuelve el siguiente ejercicio aplicando el teorema de Pitágoras.

- Luis va a colocar una antena en el techo de su casa, si el poste donde se encuentra mide 3.5 metros de largo y para sostenerlo colocó cuatro argollas, alejadas a 1.75 metros de la base del poste ¿Cuántos metros de alambre necesita para cada tensor? R\_\_\_\_\_

## ANEXO DE PROBLEMAS RESUELTOS

### RESOLUCIÓN DE FRACCIONES.

1. Basándose en la información anterior, clasifique los siguientes grupos de fracciones.

a.  $\frac{5}{3}, \frac{4}{2}, \frac{8}{3}, \frac{7}{4}$  R=Fracciones impropias

b.  $1\frac{1}{4}, 7\frac{1}{5}, 2\frac{1}{8}$  R=Fracciones mixtas

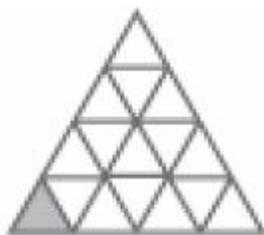
c.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}$  R=Fracciones propias

2. Se tiene un terreno de forma rectangular que se ha dividido en seis partes iguales y solo se han sombreado cuatro de ellas. ¿qué parte del terreno no se ha sombreado?

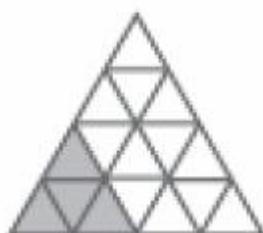


$$R = \frac{2}{6}$$

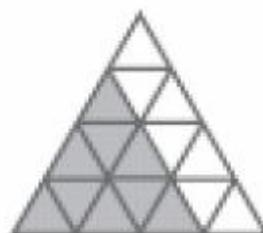
3. ¿Qué fracción de cada figura se ha sombreado?



$$R = \frac{1}{16}$$



$$R = \frac{3}{16}$$



$$R = \frac{9}{16}$$

### CONVERSIONES DECIMALES A FRACCIONES.

1. Convierta estos decimales a fracciones. Redúzcalos a su mínima expresión de ser necesario.

a)  $0.07 = \frac{7}{100}$

b)  $0.32 = \frac{32}{100} = \frac{16}{50} = \frac{8}{25}$

c)  $3.1 = \frac{31}{10}$

2. Convierta estas fracciones a decimales. Exprese el resto en forma de fracción si obtiene un cociente de más de tres posiciones decimales.

3. a)  $\frac{3}{8} = 0.375$

b)  $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

c)  $\frac{5}{6}$

4. una pieza de listón mide 17 cm de largo y se cortan cuatro pedazos iguales. ¿Cuánto mide cada pedazo? Encierre las respuestas correctas.

$$4 \overline{) 17} \quad 4 \overline{) 17}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \overline{) 17} \\ \underline{16} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4.25 \\ 4 \overline{) 17} \\ \underline{16} \\ 10 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

R= a) No, b) Si, c) Si, d) Si, e) No

### REDUCCIÓN DE FRACCIONES

1. Amplíe cada fracción a términos mayores según se indica

a)  $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$

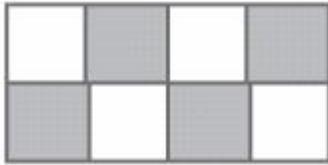
b)  $\frac{6}{7} = \frac{24}{28}$

2. Reduzca cada una de las fracciones a su mínima expresión.

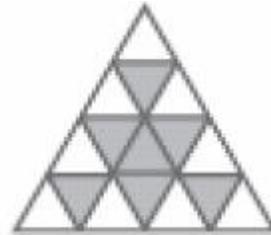
a)  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

b)  $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

3. Reduzca la fracción representada a una mínima expresión.



a)  $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$



b)  $\frac{7}{16}$

### SUMA Y RESTA DE FRACCIONES.

1. En el mercado. Don Jorge compró  $3\frac{1}{2}$  kg de manzanas,  $1\frac{1}{4}$  kg de peras y una sandía pesó  $1\frac{1}{4}$  kg. ¿Cuánto peso en total la bolsa del mandado?

$$3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4} = (3+1+1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = 5\left(\frac{2+1+1}{4}\right) = 5\frac{4}{4} = 5+1 = 6$$

2. Un bote de pintura vinílica pesa  $10\frac{1}{2}$  kg. Si el bote vacío pesa  $1\frac{3}{4}$  kg, ¿Cuánto pesa la pintura vinílica?

$$10\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} = \left(\frac{21}{2} - \frac{7}{4}\right) = \left(\frac{42-7}{4}\right) = \frac{35}{4}$$

R=  $\frac{35}{4}$

**MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES.**

1. Si en una hora hay 60 minutos entonces en  $\frac{1}{4}$  debe haber  $\frac{1}{4} \times 60 = \frac{60}{4} = 15$  minutos.

¿Cuántos minutos hay en  $\frac{3}{4}$  de hora?

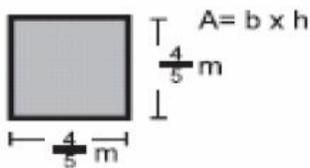
$$\frac{3}{4} \times 60 = \frac{180}{4} = 45 \text{ minutos}$$

R=45 minutos

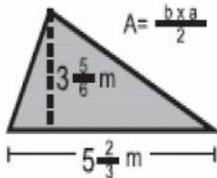
2. Doña Catalina tiene un terreno en una esquina que ocupa  $\frac{2}{5}$  de la cuadra  $\frac{3}{8}$  partes de

otra. ¿Qué parte de la manzana abarca el terreno?  $\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$

R=  $\frac{3}{20}$



$$\text{Área del cuadrado} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{25} \text{ m}^2$$



$$b \times a = 3\frac{5}{6} \times 5\frac{2}{3} = \frac{23}{6} \times \frac{17}{3} = \frac{391}{18}$$

$$\text{Área del rectángulo} = \frac{\frac{391}{18}}{2} = \frac{391}{36} \text{ m}^2$$

**DIVISIÓN DE FRACCIONES.**

1. En una festividad 12 personas usaran un liston de igual tamaño en el brazo. Si se cuenta con  $4\frac{1}{2}$  m de listón. ¿Cuánto listón le tocará a cada persona?

$$\frac{9}{2} \div 12 = \frac{9}{2} \div \frac{12}{1} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

$$R = \frac{3}{8} \text{ m}$$

2. ¿Cuántos terrenos de  $\frac{1}{16}$  de hectárea caben en un terreno de  $\frac{3}{4}$  de hectárea?

R=12 veces

## PORCENTAJE.

1. Julio gana 2100 pesos al mes. Él ahorra el 12% de sueldo y gasta 420 pesos al mes en alquiler, ¿Cuánto ahorra Julio al mes?

$$n = \frac{(2100)(12)}{100} = 252 \text{ pesos} \quad R=\$252 \text{ pesos}$$

2. La Sra. Maria entregó un 15% inicial para la compra de un nuevo automóvil. Si el pago inicial fue de \$1880. ¿Cuánto costó el automóvil?

$$\frac{1880}{n} = \frac{15}{100} \quad n = \frac{(1880) * (100)}{15} = 12533.3334 \text{ pesos} \quad R=\$12533.3334 \text{ pesos}$$

## INTERÉS.

1. ¿Qué interés producirá un capital de \$3 200 en 3 años al 18% de interés anual?

- Este problema se resuelve calculando el 18% de \$3200 para saber el interés que produce el capital en un año y después multiplicando por 3 que es el tiempo indicado en el problema.

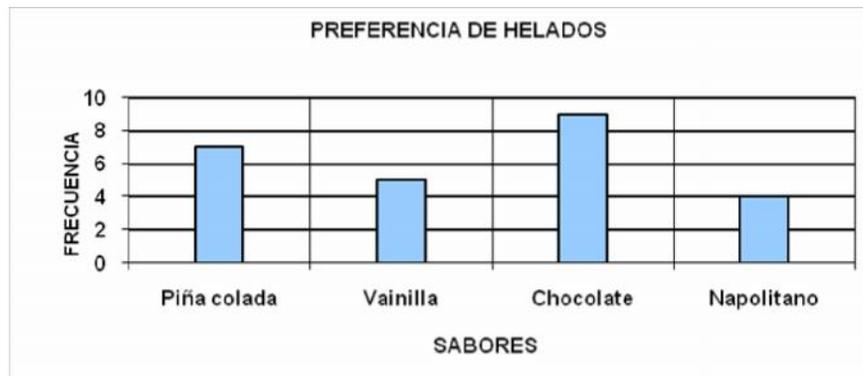
$$\text{INTERÉS} = (3200) * (0.18) * (3)$$

$$\begin{array}{r} 3200 \\ \times 0.18 \\ \hline 25600 \\ + 3200 \\ \hline 57600 \\ \times 3 \\ \hline 1728.00 \end{array}$$

Por lo tanto, el interés es igual a \$1728.00

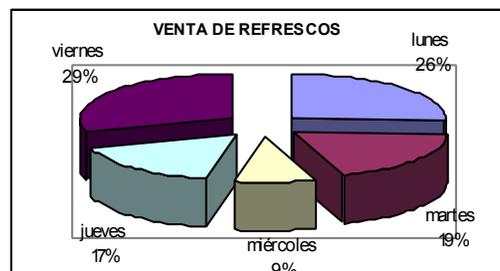
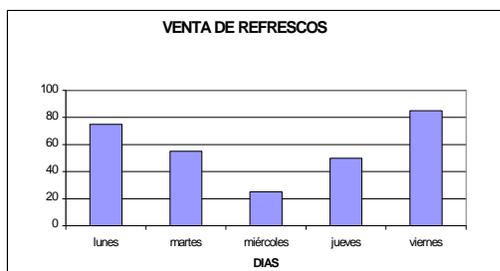
## GRÁFICAS.

1. La gráfica muestra las preferencias por sabores de helado.



- A) ¿Cuántos niños prefieren el napolitano? Cuatro
- B) ¿Cuál es el helado que más prefieren? Chocolate
- C) ¿Cuál es el helado que menos prefieren? Napolitano
- D) ¿Cuántos niños son en total? 25

2. La Sra. Rodríguez registró la cantidad de refrescos que vendió durante 5 días hábiles de una semana: lunes 75, martes 55, miércoles 25, jueves 50 y viernes 85.



Elabore una grafica de barras vertical, una grafica de pastel.

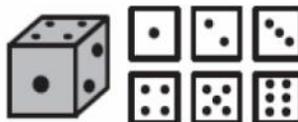
**PROBABILIDAD**

1. Si se lanza una moneda al aire nueve veces y en todos los lanzamientos sale cara. ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara la décima vez que se lance la moneda?

Nota: tome en cuenta que los sucesos son independientes.

En la decima vez, hay dos posibilidades en este evento; puede caer águila o sol. Por lo tanto  $R = \frac{1}{2}$

2. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un 5?



Son seis posibilidades, ya que son 6 números, por lo tanto  $R = \frac{1}{6}$

3. Cuál es el espacio muestral en el experimento “lanzamiento de dado”?  
6 resultados posibles, ya que  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

4. En una bolsa hay 20 canicas azules, 10 amarillas y 5 rojas. Si se extrae una al azar, ...
- ¿cuál es más probable que salga? **Azul.**
  - ¿cuál es la probabilidad de que sea azul?  $P(\text{azul}) = 20/35 = 0.5714 = 57.14\%$
  - ¿cuál es la probabilidad de que **no** sea roja?  $P(\text{azul o amarilla}) = 30/35 = 0.8571 = 85.71\%$
  - ¿cuál es la probabilidad de que sea amarilla o roja?  $P(\text{amarilla o roja}) = 15/35 = 0.4285 = 42.85\%$
5. ¿Cuál es la probabilidad de ganar la rifa de un reloj, si hay 50 números y se compran 2 números?  $P(\text{ganar}) = 2/50 = 0.04 = 4\%$

### ALGEBRA

#### REGLA DE LOS SIGNOS.

1. En chihuahua, la temperatura llega a 8 grados bajo cero durante el invierno, y a 28 grados sobre cero en verano. ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura de invierno y la de verano?

$$-8+28= 20 \text{ grados}$$

$$R= 20^\circ$$

2.  $10+(-4)=10-4=6$

$$(-6)+(-3)=-6-3=-9$$

$$(-9)+(+8)=-9+8=-1$$

$$\begin{aligned} (-2)\times(-6) &= 12 \\ 27 \end{aligned}$$

$$(+4)\times(-3)=-12$$

$$(-3)-(-9)=(-3)\times(9)=-$$

$$-50 \div 5 = -10$$

$$(+60) \div (-2) = -30$$

$$(-45) \div (-3) = 15$$

#### ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

1.  $3+x=7$   
 $3-3+x=7-3$   
 $x=4$

b)  $2x-26=2$   
 $2x-26+26=2+26$   
 $2x=28$   
 $x=14$

c)  $2(5x-11)+12x=10$   
 $10x-22+12x=10$   
 $22x-22=10$   
 $22x-22+22=10+22$   
 $22x=32$   
 $x = \frac{32}{22} = \frac{16}{11}$

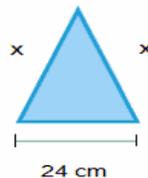
## RESOLUCIÓN DE ECUACIONES PRIMER GRADO

1. Oscar fue a acampar a las montañas y estuvo 3 días y 3 noches. El albergue le costó \$32 por noche y compró un boleto de comida, cada día. La factura total fue de \$123, encuentre el costo  $x$  del boleto diario de comida, ¿Cuál es la ecuación que representa correctamente el problema?

- En primer lugar fueron 3 noches y cada noche costo \$32  $(32 \cdot 3)$
- En segundo lugar fueron 3 días y cada día compró el boleto de comida, que se representa como la incógnita a buscar  $x$   $(3x)$
- El total de los 3 días y 3 noches fue de \$123
- A continuación expresamos la ecuación:  $3x + 32(3) = 123$
- Podemos factorizar la ecuación, ya que el factor común del primer miembro es 3, y queda de la siguiente manera. R.  $3(x + 32) = 123$

2. El perímetro de un triángulo es de 56 cm. Si un lado mide 24 cm y los otros dos lados son iguales, halle la longitud  $x$  de uno de estos lados, ¿Cuál es la ecuación que mejor describe el problema?

- En primer lugar, hay que aprender a leer, la figura descrita se trata de un triángulo isósceles.



- El perímetro se define como la suma de todos sus lados, por lo tanto, la ecuación queda de la siguiente manera:

$$x + x + 24 = 56$$

$$2x + 24 = 56$$

$$R. 2x + 24 = 56$$

## RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES.

$$x + 2y = -4 \dots \dots \text{ecuación 1}$$

$$2x - y = -3 \dots \dots \text{ecuación 2}$$

Despejar  $x$  de la ecuación 1

$$x = -4 - 2y \dots \dots \text{ecuación 3}$$

Sustituir la ecuación 3 en la ecuación 2

$$2x - y = -3$$

$$2(-4 - 2y) - y = -3$$

$$-8 - 4y - y = -3$$

$$-5y = -3 + 8$$

$$y = \frac{5}{-5} = -1$$

**PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES.**

1. Felipe, el carpintero, desea cortar una tabla de 360 cm en dos partes, de manera que una sea 40 cm mas grande que la otra, ¿Cuánto medirá cada parte?

- Se desea cortar una tabla de 360 cm en dos partes
  - Cada parte de la tabla se representa con diferente variable
    - $x + y = 360$
- Se desea que una parte sea 40 cm mas grande que la otra
  - Se representa de la siguiente manera
    - $x + 40 = y$
- El sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:
  - $x + y = 360$  .....ecuación 1
  - $x - y = - 40$  .....ecuación 2

Despejar x de la ecuación 2

$$x = - 40 + y \text{ .....ecuación 3}$$

Sustituir la ecuación 3 en la ecuación 1

$$\begin{aligned} x + y &= 360 \\ (- 40 + y) + y &= 360 \\ - 40 + 2y &= 360 \\ 2y &= 360 + 40 \\ y &= \frac{400}{2} = 200 \text{ .....4} \end{aligned}$$

Sustituir la ecuación 4 en la ecuación 3

$$\begin{aligned} x &= - 40 + y \\ x &= - 40 + 200 \\ x &= 160 \end{aligned}$$

por lo tanto una parte debe medir 160 cm y la otra debe ser 40 cm mayor a la otra, o sea debe medir 200 cm

2. Manuel, el de la tienda de abarrotes, hizo el corte de caja. Contó que tenía 50 billetes, unos de \$20 y otros de \$50. El valor total de los billetes era \$1300, ¿Cuántos billetes de cada uno tenia Manuel?

- Primero hay que definir a las variables:
  - $x = \text{Total de billetes de } \$20$
  - $y = \text{Total de billetes de } \$50$
- Contó que tenía 50 billetes, por lo tanto, hay que definir a nuestra primer ecuación.
  - $x + y = 50$

- El valor total de los billetes era \$1300, por lo tanto, hay que definir a nuestra
  - Cada billete tiene un valor uno de \$20 y el otro de \$50
  - Se debe multiplicar por la variables  $x$  ,  $y$  , que representan el total de billetes
    - $20x+50y=1300$
- El sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:
  - $x + y = 50$  .....ecuación 1
  - $20x + 50 y = 1300$  .....ecuación 2

Despejar  $x$  de la ecuación 1

$$x = 50 - y \text{ .....ecuación 3}$$

Sustituir la ecuación 3 en la ecuación 2

$$\begin{aligned}
 20x + 50 y &= 1300 \\
 20*(50 - y) + 50 y &= 1300 \\
 1000 - 20y + 50y &= 1300 \\
 1000 + 30y &= 1300 \\
 30y &= 1300 - 1000 \\
 y &= \frac{300}{30} = 10 \text{ .....ecuación 4}
 \end{aligned}$$

Sustituir la ecuación 4 en la ecuación 3

$$\begin{aligned}
 x &= 50 - y \\
 x &= 50 - 10 \\
 x &= 40
 \end{aligned}$$

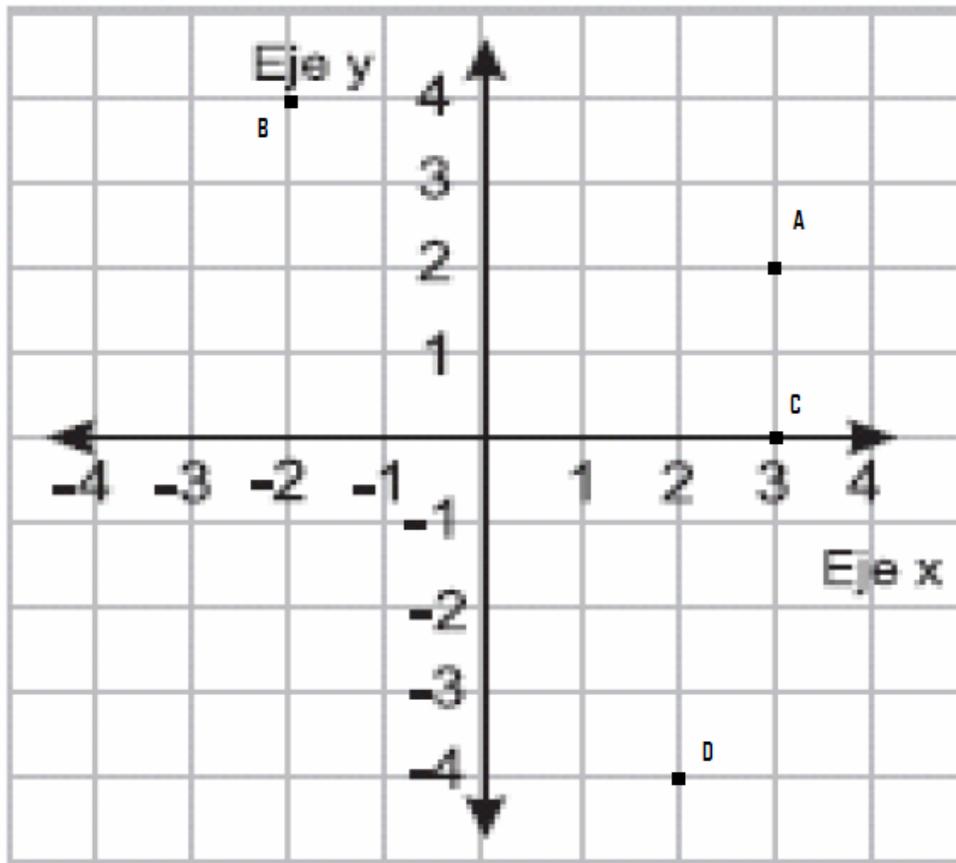
por lo tanto, 40 billetes son de \$20 y 10 billetes son de \$50

## GEOMETRÍA

### PLANO CARTESIANO.

Grafique los siguientes puntos en el plano de coordenadas.

A(3,2), B(-2,4), C(3,0), D(2,-4)



## REPRESENTACIÓN DE GRÁFICA DE ECUACIONES.

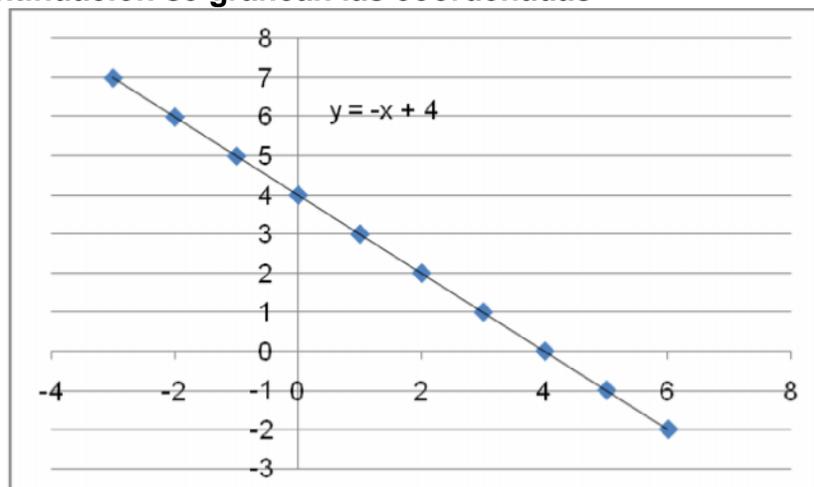
$$x+y=4$$

- Primero hay que despejar a y, queda de la siguiente manera:  $y=4-x$
- Se hace una tabla proponiendo los valores de "x"

$$Y=4-x$$

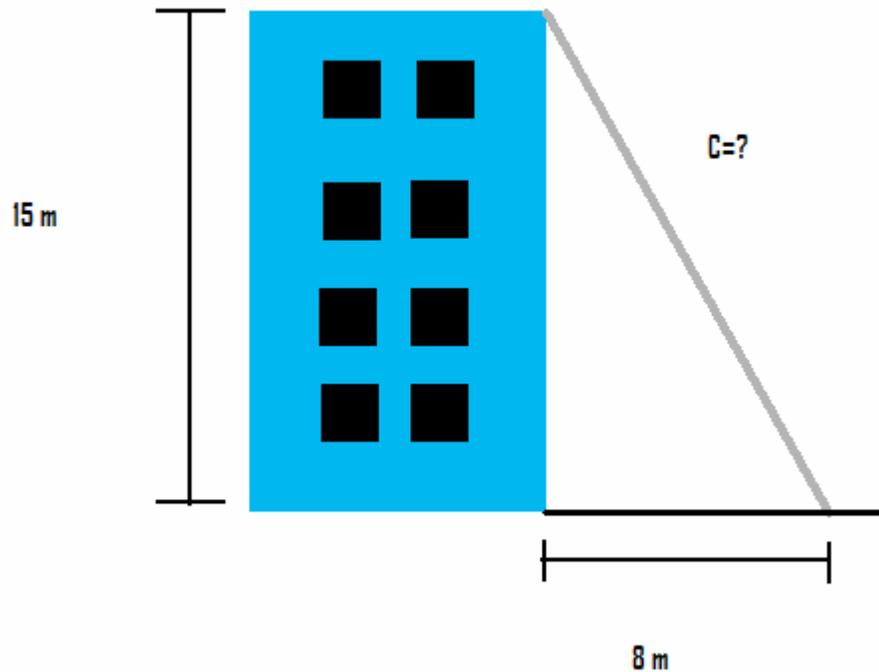
X	Y=4-x	Y
-3	$4-(-3)=4+3=7$	7
-2	$4-(-2)=4+2=6$	6
-1	$4-(-1)=4+1=5$	5
0	$4-(0)=4-0=4$	4
1	$4-(1)=4-1=3$	3
2	$4-(2)=4-2=2$	2
3	$4-(3)=4-3=1$	1
4	$4-(4)=4-4=0$	0
5	$4-(5)=4-5=-1$	-1
6	$4-(6)=4-6=-2$	-2

- A continuación se grafican las coordenadas



## TEOREMA DE PITÁGORAS

1. ¿Cuánto mide una cuerda que se ha enganchado desde un edificio a una altura de 15 metros, si el otro extremo del cable está alejado a 8 metros de la base del edificio?



- En este caso nuestro problema es calcular la hipotenusa “c”.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 8^2 + 15^2$$

$$c = \sqrt{8^2 + 15^2}$$

$$c = \sqrt{289}$$

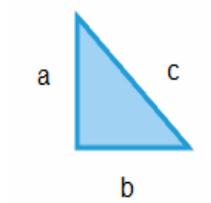
$$c = 17 \text{ m}$$

2. Dado los siguientes datos:

$$a=3$$

$$b=?$$

$$c=5$$



- En este caso nuestro problema es calcular un cateto, por lo tanto , de la ecuación hay que despejar la incógnita “b”, como se muestra a continuación.

$$c^2=a^2+b^2$$

$$b^2=c^2- a^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

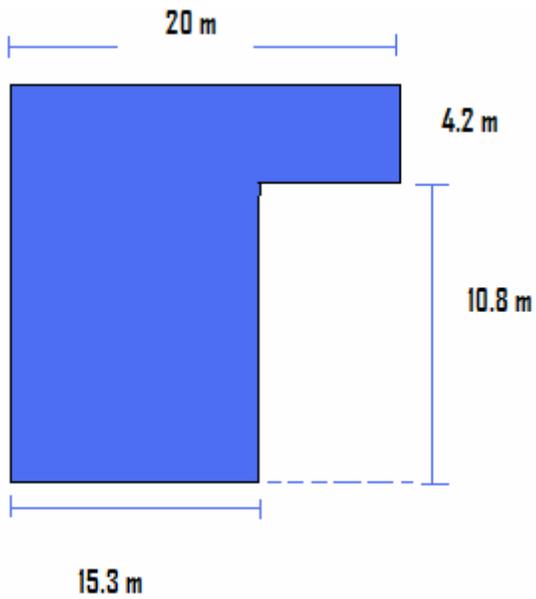
$$b = \sqrt{5^2 - 3^2}$$

$$c = \sqrt{25 - 9}$$

$$c = \sqrt{16}$$

$$c = 4$$

Encuentre el área y perímetro de la figura.

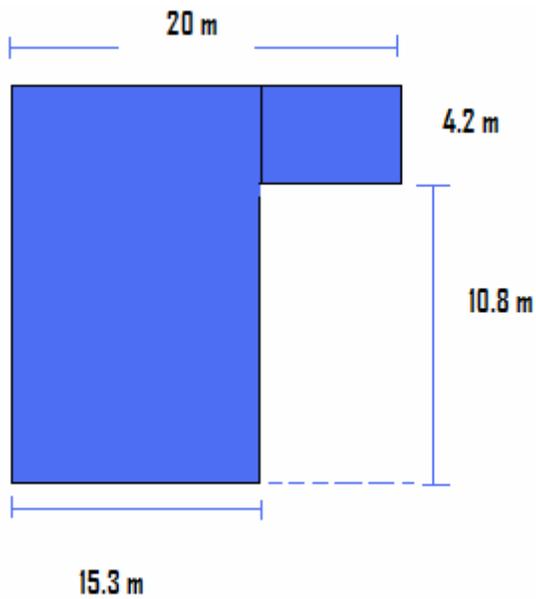


Para encontrar el perímetro, hay que utilizar la definición: es la suma de todos los lados.

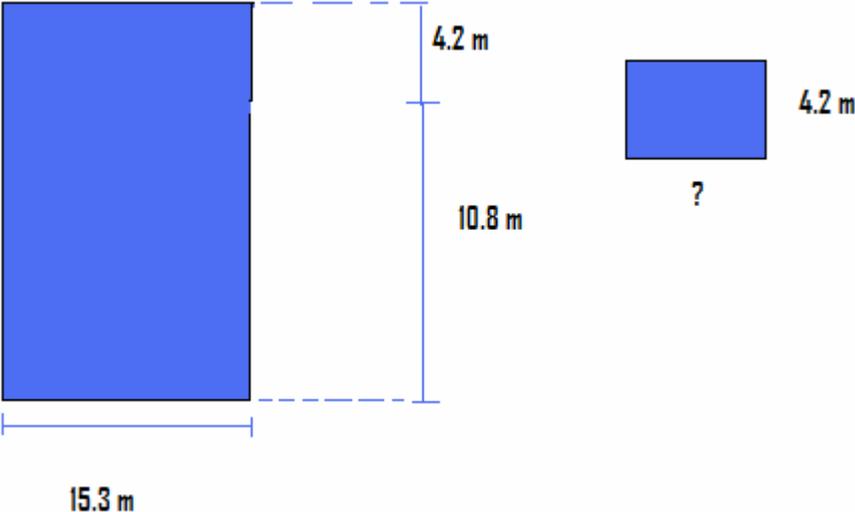
$$P = 15.3 \text{ m} + 10.8 \text{ m} + 4.2 \text{ m} + 20 \text{ m} + (10.8 + 4.2)$$

$$P = 65.3 \text{ m}$$

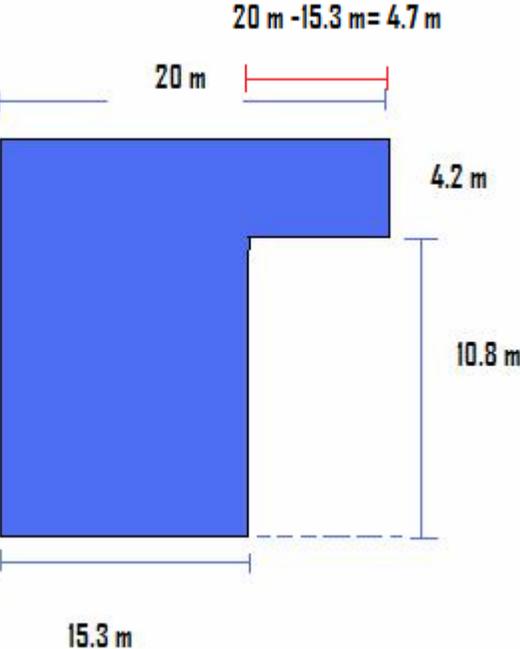
Para encontrar el área, hay que segmentar la figura.



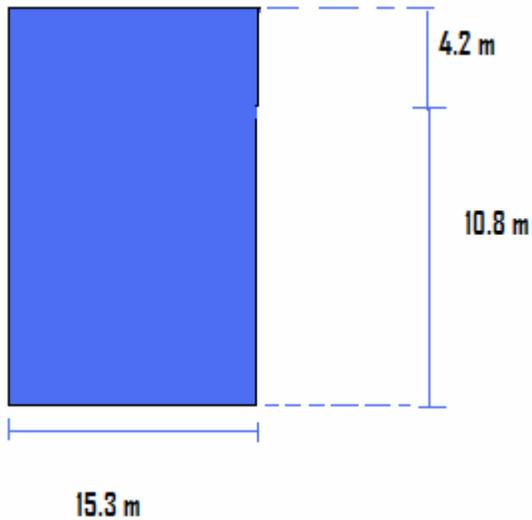
Encontrar los siguientes datos.



Para encontrar el valor deseado se hace la siguiente diferencia.



Encontrar el área de la primer figura.

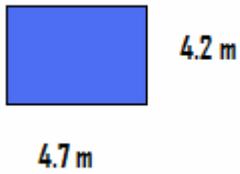


$$A1 = b * a$$

$$A1 = 15.3 \text{ m} * 15 \text{ m}$$

$$A1 = 229.5 \text{ m}^2$$

Encontrar el área de la segunda figura



$$A2 = b * a$$

$$A2 = 4.7 \text{ m} * 4.2 \text{ m}$$

$$A2 = 19.74 \text{ m}^2$$

Por lo tanto el área total sería la suma de las dos figuras.

$$At = A1 + A2$$

$$At = 229.5 \text{ m}^2 + 19.74 \text{ m}^2$$

$$At = 249.24 \text{ m}^2$$